需要予測

数式の表記について

期	実績値	予測値
1	y_1	S_1
2	y_2	S_2
⋮	⋮	⋮
t−1	y_{t-1}	S_{t-1}
t	y_t	S_t
t+1	y_{t+1}	S_{t+1}

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = \sum_{i=1}^{4} y_i$$

需要予測の必要性

販売市場

企業経営

買い手市場

許容時間の短縮
（短納期の要求）

顧客満足

欠品しない！

在庫を多く！

矛盾

市場変化の激化

プロダクトライフ
サイクルの短縮

キャッシュフロー

過剰在庫を避ける！

在庫を少なく！

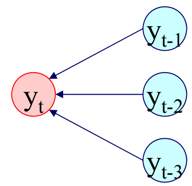
「必要なときに」,「必要なモノを」,「必要な量だけ」,顧客に供給する。
（場所）

需要予測モデル

時系列データ
目的変数（y）のみ使用

移動平均法

指数平滑法

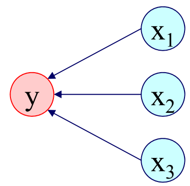


量的データ　量的データ

目的変数（y）と説明変数（x_1, x_2, …）

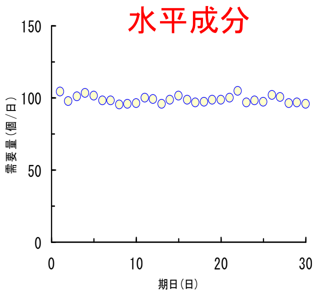
重回帰分析

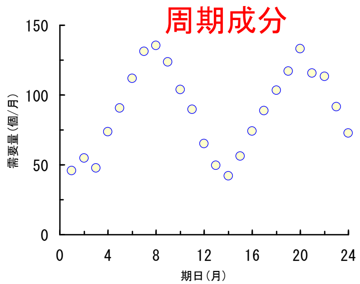
数量化Ｉ類

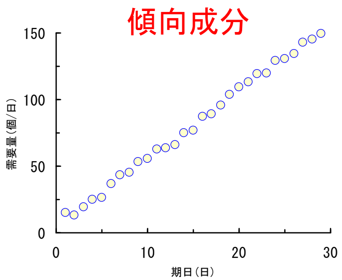


量的データ　量的・質的データ

需要の成分分解







イベント

特売，運動会，天候など

ノイズ

偶然性に起因する需要変動

移動平均法のモデル式

水平成分

直前のn期間の平均値を求めて、次の期の予測値とする。各期予測を行なう。

$$S_{t+1} = \frac{\sum_{m=0}^{n-1} y_{t-m}}{n}$$

S_{t+1}	t+1期の予測値
y_t	t期の実績値
n	次数

平均

移動平均法の計算例

【記入有り】

月	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7
販売数量	51	61	63	40	56	54	55					

次数：6ヶ月

2月の予測値

予測値 ＝ (51+61+63+40+56+54)/6
＝ 54.2

3月の予測値

予測値 ＝ (61+63+40+56+54+55)/6
＝ 54.8

指数平滑法

- 旧予測値とその実績との差の影響を取りいれて、新予測値を推定しようとするものである。
- （加重）移動平均法の一種である。

- （1次，単純）指数平滑法　水平成分
- ホルト法　水平・傾向成分
- ホルト・ウィンタース法　水平・傾向・周期成分
- 可変応答平滑法

（1次，単純）指数平滑法のモデル式

Single Exponential Smoothing

水平成分

$$S_{t+1} = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) \cdot S_t$$

$$0 < \alpha \le 1, \quad t \ge 1$$

S_{t+1}　t+1期の新予測値　　α　平滑化定数

S_t　t期の旧予測値

y_t　t期の実績値　　初期値　$S_1 = y_1$

（加重）平均

モデル式の展開

$$S_{t+1} = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) \cdot S_t \longrightarrow S_t = \alpha \cdot y_{t-1} + (1-\alpha) \cdot S_{t-1}$$

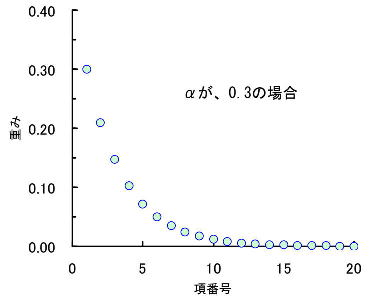
$$S_{t+1} = \alpha \cdot y_t + \alpha \cdot (1-\alpha) \cdot y_{t-1} + (1-\alpha)^2 \cdot S_{t-1}$$

$$S_{t+1} = \alpha \cdot y_t + \alpha \cdot (1-\alpha) \cdot y_{t-1} + \alpha \cdot (1-\alpha)^2 \cdot y_{t-2} + \cdots\cdots + \alpha \cdot (1-\alpha)^n \cdot y_{t-n} + \cdots$$

$$\alpha \cdot \left\{1 + (1-\alpha) + (1-\alpha)^2 + \cdots\cdots + (1-\alpha)^n + \cdots\right\} = \alpha \cdot \frac{1}{1-(1-\alpha)} = 1$$

テイラー展開

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots\cdots + x^n + \cdots, \qquad |x| < 1$$



ホルト法のモデル式

水平・傾向成分

$$F_{t+m} = S_t + mb_t$$ 予測値（t+m期）

$$S_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$$ 全般的な平滑化

$$b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}$$ 傾向成分の平滑化

初期値　$S_2 = y_2$

$b_2 = y_2 - y_1$

$$0 \le \alpha \le 1, \quad 0 \le \gamma \le 1$$
$$t \ge 2, \quad m \ge 1$$

平均 ＋ 傾向

ホルト・ウィンタース法のモデル式

水平・傾向・周期成分

$$F_{t+m} = (S_t + mb_t)I_{t+m-L}$$ 予測値（t+m期）

$$S_t = \alpha \frac{y_t}{I_{t-L}} + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$$ 全般的な平滑化

$$b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}$$ 傾向成分の平滑化

$$I_t = \beta \frac{y_t}{S_t} + (1-\beta)I_{t-L}$$ 周期成分の平滑化

$$0 \le \alpha \le 1, \quad 0 \le \gamma \le 1, \quad 0 \le \beta \le 1$$
$$t \ge 2L, \quad m \ge 1$$

L：周期

平均 ＋ 傾向 × 周期（比率）

可変応答平滑法のモデル式

$$S_{t+1} = \gamma \cdot y_t + (1-\gamma) \cdot S_t \qquad t \geq 1$$

$$\gamma = \left| \frac{\delta}{\Delta} \right|$$

γ　平滑化変数

$$\delta = \frac{\sum_{\tau=0}^{n-1} (y_{t-\tau} - S_{t-\tau})}{n}$$

$$\Delta = \frac{\sum_{\tau=0}^{n-1} |y_{t-\tau} - S_{t-\tau}|}{n}$$

初期値　$S_1 = y_1$

γを求めるためのn期分のデータ

需要予測モデル

時系列データ
目的変数（y）のみ使用

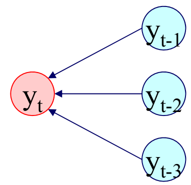
目的変数（y）と説明変数（x_1, x_2, …）

移動平均法

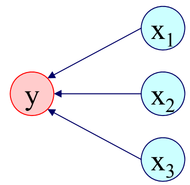
指数平滑法

重回帰分析

数量化Ⅰ類



量的データ　量的データ



量的データ　量的・質的データ

Excelを用いた重回帰分析

$$y = a_0 + a_1 \times x_1 + a_2 \times x_2$$

y	x_1	x_2
売上	広告費	営業担当者数
8	5	6
9	5	8
13	7	10
11	5	11
14	8	12
17	12	13

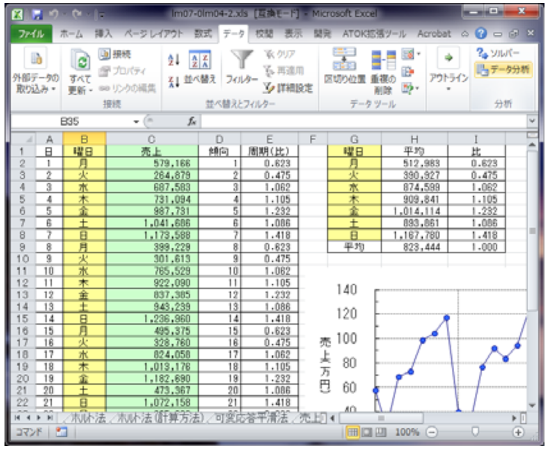
重回帰分析の特徴

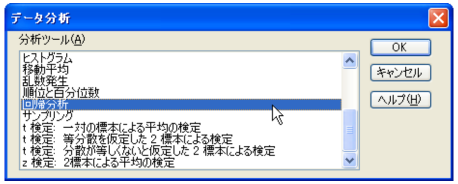
$$y = 0.863 \cdot x_1 + 0.461 \cdot x_2 + 1.102$$

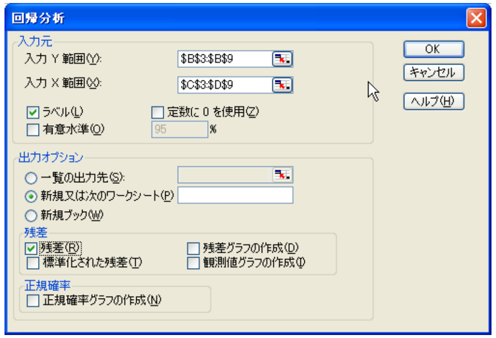
売上額（千万円）　広告費（百万円）　セールスマン（人）

①説明変数の目的変数に対する影響力が分かる！
（例）セールスマンを1人、増やすと、461万円売上が増加する。

②説明変数の大事さランキングを調べることができる！
係数の大きさにより、目的変数を求める際の各説明変数の大事さの程度が分かる。
ただし、標準偏回帰係数を求める必要がある。







「データ」から「データ分析」を選択する。
回帰分析を選択する。
なお、「データ分析」が項目にない場合は、「アドイン」でチェックして機能をインストールする。

回帰統計	
重相関 R	0.988
重決定 R2	0.976
補正 R2	0.961
標準誤差	0.663
観測数	6

分散分析表

	自由度	変動	分散	された分	有意 F
回帰	2	54.682	27.341	62.236	0.004
残差	3	1.318	0.439		
合計	5	56			

	係数	標準誤差	t	P-値
切片	0.874	1.178	0.742	0.512
広告費	0.679	0.163	4.166	0.025
営業担当	0.638	0.172	3.703	0.034

$$y = a_0 + a_1 \times x_1 + a_2 \times x_2$$

残差出力

観測値	測値：売	残差
1	8.092	−0.092
2	9.368	−0.368
3	12.000	1.000
4	11.281	−0.281
5	13.954	0.046
6	17.306	−0.306

最小二乗法（最小2乗法，最小自乗法）

$$y = \beta_1 + \beta_2 \cdot x$$

目的変数　回帰係数　説明変数

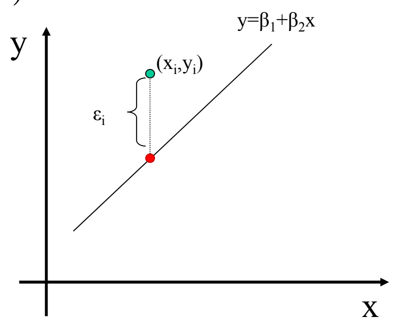
誤差項

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + \varepsilon_i, \quad (i = 1,2,\cdots,n)$$

$$\varepsilon_i = y_i - (\beta_1 + \beta_2 \cdot x_i)$$

$$S = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$$

$$S = \sum_{i=1}^{n} \{y_i - (\beta_1 + \beta_2 \cdot x_i)\}^2$$



アルバイト先の売上データ

某居酒屋における○○○○年3月の売上

日	売上	来客数	曜日	天気	予約数
1	579166	168	月	曇り	21–40
2	264879	91	火	曇り	0–20
3	687583	204	水	曇り	21–40
4	731094	242	木	晴	21–40
5	987731	275	金	晴	81–100
6	1041686	293	土	雨	81–100
7	1173588	345	日	晴	101–120
8	399229	142	月	晴	0–20
9	301613	110	火	晴	0–20
10	765529	229	水	晴	21–40
11	922090	248	木	晴	61–80
12	837385	244	金	晴	61–80
13	943239	259	土	晴	101–120
14	1236960	351	日	晴	101–120
15	495375	182	月	雨	0–20

3月の売上
総売上：24,834,926(円)
総来客数：7,417(人)
1人あたり単価：3,348(円/人)
1日あたり売上：801,127(円/日)

重回帰分析を用いる場合のデータの作成例

日	売上	月	火	水	木	金	土	日	晴	曇り	雨
1	579,166	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
2	264,879	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
3	687,583	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
4	731,094	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
5	987,731	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
6	1,041,686	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
7	1,173,588	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
8	399,229	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
9	301,613	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
10	765,529	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
11	922,090	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
12	837,385	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
13	943,239	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
14	1,236,960	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
15	495,375	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1

注意：日曜日は、他の曜日が、0の場合に相当するので、分析データから除く。同様に、天気の雨も除く。

ARモデル（autoregressive model）

※時系列データへの応用例
定常性を仮定（平均・分散一定）

t期の予測値　　過去の実績値

$$S_t = a + \sum_{i=1}^{m} b_i \cdot y_{t-i}$$

m：次数
b_i：自己回帰係数
a：切片

日付	曜日	経過日	個数	t-1	t-2	t-3	t-4	t-5	t-6	t-7	t-8	t-9	t-10	t-11	t-12	t-13	t-14
20071001	月	1	51														
20071002	火	2	77	51													
20071003	水	3	67	77	51												
20071004	木	4	86	67	77	51											
20071005	金	5	92	86	67	77	51										
20071006	土	6	101	92	86	67	77	51									
20071007	日	7	117	101	92	86	67	77	51								
20071008	月	8	91	117	101	92	86	67	77	51							
20071009	火	9	72	91	117	101	92	86	67	77	51						
20071010	水	10	76	72	91	117	101	92	86	67	77	51					
20071011	木	11	84	76	72	91	117	101	92	86	67	77	51				
20071012	金	12	83	84	76	72	91	117	101	92	86	67	77	51			
20071013	土	13	90	83	84	76	72	91	117	101	92	86	67	77	51		
20071014	日	14	122	90	83	84	76	72	91	117	101	92	86	67	77	51	
20071015	月	15	64	122	90	83	84	76	72	91	117	101	92	86	67	77	51

AICによる次数選択

赤池情報量基準（AIC：Akaike Information Criterion）

※回帰モデルに定数項を含む場合

$$AIC = n \cdot \left(\ln\left(2\pi \frac{S_e}{n} \right) + 1 \right) + 2 \cdot (m+2)$$

n：データ数
Se：残差平方和
m：次数（説明変数の数）

AICの値が最小の次数を選択する。

需要予測を行う際の注意点

不変性の仮定
海外の競争会社の市場参入
消費者嗜好の変化
代替技術の開発
貿易摩擦など

予測モデルの切り替え
商品のライフサイクル
要因の抽出
イベント等の考慮

作業負荷の軽減
データの収集・管理

販売実績と真の需要
欠品の考慮

補足

予測結果の評価方法

実績値　予測値

$$\varepsilon_t = y_t - S_t$$

誤差の値　　予測誤差 ε_t　　絶対誤差 $|\varepsilon_t|$

指標の種類　　平均，標準偏差，比率

平均予測誤差
平均絶対誤差
二乗平均平方根誤差

予測誤差の標準偏差

予測誤差の標準偏差／実績値の平均
平均絶対誤差／実績値の平均

評価方法（平均）

平均予測誤差

$$\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - S_t)}{n}$$

誤差の偏りを見る

誤差の大きさを見る

平均絶対誤差

$$\frac{\sum_{t=1}^{n}|y_t - S_t|}{n}$$

二乗平均平方根誤差

$$\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - S_t)^2}{n}}$$

評価方法（標準偏差，比率）

予測誤差の標準偏差

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(\varepsilon_t - \bar{\varepsilon})^2}{n}}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t}{n}$$

$$\varepsilon_t = y_t - S_t$$

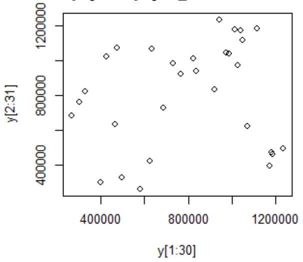
予測誤差の標準偏差／実績値の平均

平均絶対誤差／実績値の平均

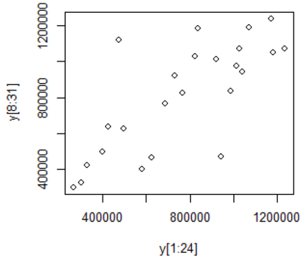
誤差の程度を見る
（精度）

誤差の大きさを見る

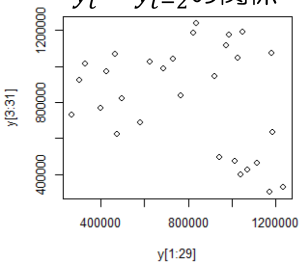
$y_t - y_{t-1}$の関係



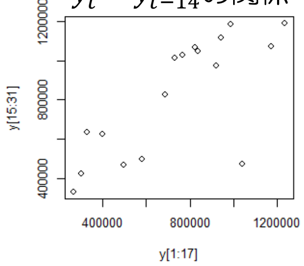
$y_t - y_{t-7}$の関係



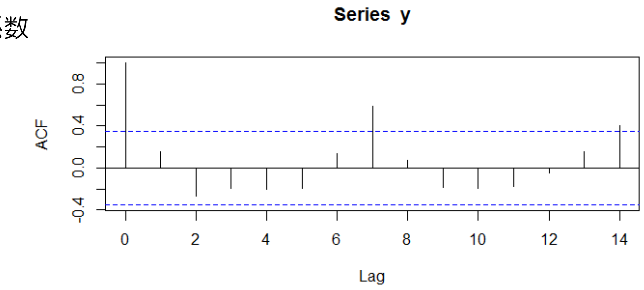
$y_t - y_{t-2}$の関係



$y_t - y_{t-14}$の関係



自己相関係数



偏自己相関係数